



**UNIVERSITA' "MEDITERRANEA" DI REGGIO CALABRIA
LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA CIVILE E AMBIENTALE**

CORSO DI INFRASTRUTTURE FERROVIARIE

LECTURE 03 - MECCANICA DELLA LOCOMOZIONE

Docente: Ing. Marinella Giunta

L'ADERENZA

In analogia al trasporto su gomma si definisce aderenza **A** il valore massimo della sollecitazione tangenziale trasmessa, attraverso il sistema ruota-rotaia, in condizioni di puro rotolamento. Essa rappresenta il **limite superiore cui tende la forza di trazione**.

L'aderenza è proporzionale al peso che si scarica sulla ruota e dipende da diversi fattori tra i quali la **velocità V**, la **natura del contatto ruota-rotaia** e le **condizioni di umidità e pulizia** delle superfici a contatto, secondo la relazione:

$$A = f_a(V) \cdot P_a$$

- f_a il coefficiente di aderenza;
- P_a il peso aderente (è il peso gravante sulla ruota aderente motrice e/o frenata).



L'ADERENZA

In ferrovia il **coefficiente d'aderenza** f_a ($V = 0$) (a velocità nulla) presenta valori pari a 0,25 o 0,35 a seconda che ci si trovi in presenza di cattivo o buono stato delle superfici a contatto.

Tale valore decresce al crescere della **velocità**, l'espressione sperimentale di Muller che ci permette di quantificare il valore del coefficiente d'aderenza in funzione della velocità è la seguente:

$$f_a = \frac{f_a^*}{1 + 0,01 \cdot V}$$

dove f_a^* è il coefficiente di aderenza in corrispondenza a $V = 0$ e la V è espressa in Km/h. La sua variabilità contenuta è da porsi in relazione con la limitata superficie d'impronta (misurabile in mm^2).



L'ADERENZA

La **superficie d'impronta** varia al variare del peso ed è compresa all'incirca tra 200 e 300 mm² per pesi da 5 a 10 tonnellate.

Ecco una casistica cui si potrà fare riferimento:

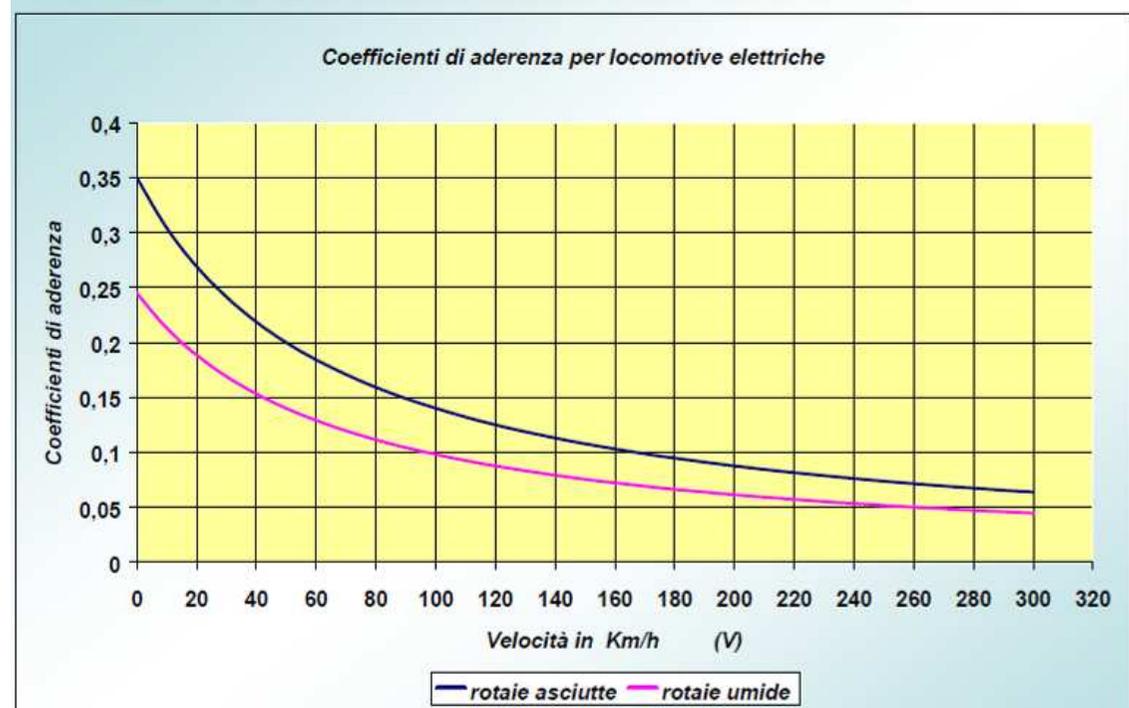
- ferro su ferro, rotaie umide $fa \cong 0.25$;
- ferro su ferro, rotaie asciutte $fa \cong 0.33$.

Ruote di diametro → 1000 mm

Carico	Impronte in mm ²		
KN 50,0	 223	 183	 211
KN 73,6	 255	 251	 254
KN 99,1	 304	 282	 299

Ruote solo portanti e non motrici

→ Direzione del moto



L'ADERENZA

Coefficiente d'aderenza veicolo stradale (0,6)

Coefficiente d'aderenza veicolo ferroviario (0,2)

Mettendo a confronto i coefficienti d'aderenza stradali e ferroviari si deduce che a parità di peso aderente si può sviluppare per il veicolo stradale una forza di trazione tre volte superiore a quella ferroviaria

Nasce quindi la necessità di ridurre al minimo le resistenze accidentali R_i e R_c .

Pendenze $i \leq 30 \div 35 \text{ ‰}$

Raggi di curvatura $r \geq 250 \text{ m}$





L'ADERENZA

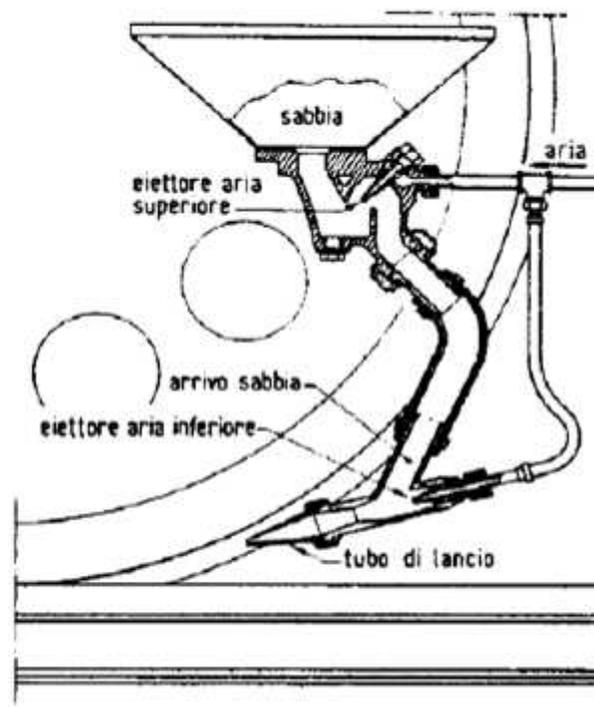
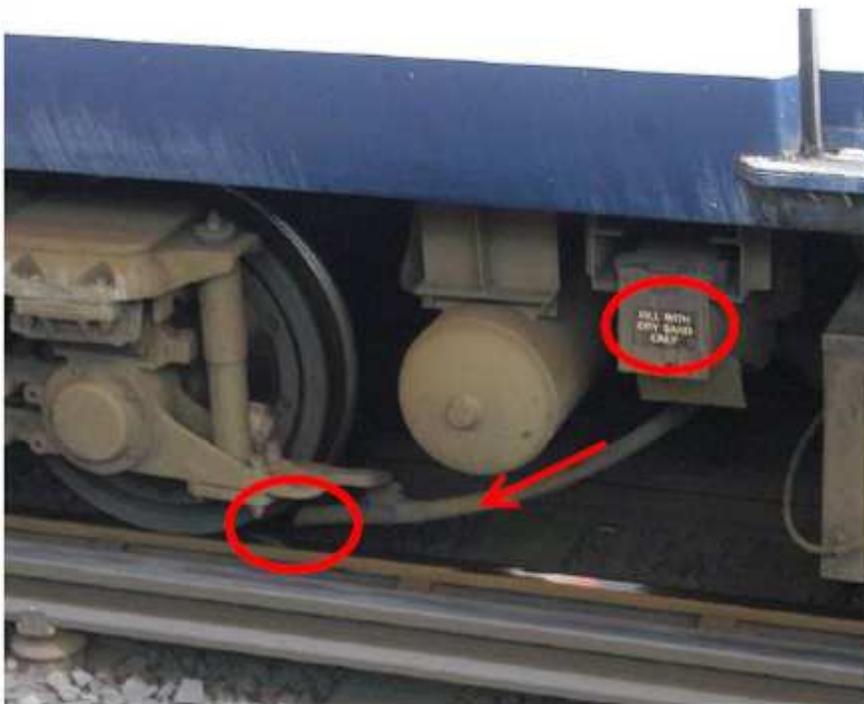
Altri elementi che intervengono a modificare le condizioni di aderenza:

- **stato delle superfici a contatto**, queste non sono quasi mai pulite: vi può essere polvere, olio, umidità, e ancora una leggera pellicola di ossido di ferro;
- **variazioni di carico istantaneo**, causa molleggio degli ammortizzatori, possono verificarsi grosse variazioni di carico sulle ruote. Il rapporto tra la forza di trazione applicata a un asse e il carico gravante su di esso può superare il limite di aderenza, dando luogo allo slittamento.

Quando le condizioni del binario sono critiche sotto il profilo dell'aderenza si effettua la cosiddetta sabbiatura che consiste per l'appunto nell'operazione di insabbiare il binario.



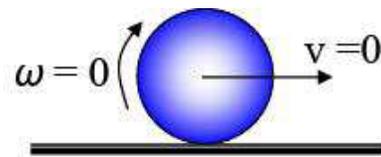
L'ADERENZA



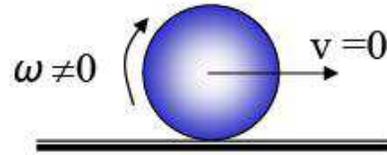
Sabbiatura del binario



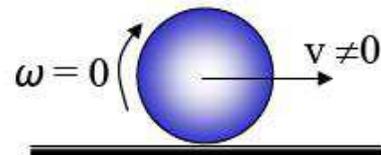
L'ADERENZA



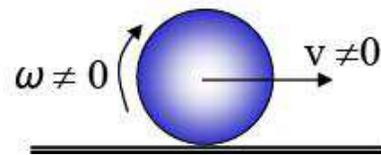
Aderenza al punto fisso: il punto di contatto ruota-superficie rimane fisso e nessuno dei due organi muta la superficie di contatto. Non si ha né rotazione né traslazione (sforzo di primo distacco).



Slittamento puro: il punto di contatto sulla superficie rimane fisso, mentre la ruota nel suo moto di rotazione cambia continuamente la superficie di contatto (attrito radente).



Pattinamento puro: il punto di contatto sulla ruota cambia continuamente per effetto della traslazione della ruota, che invece non cambia la superficie di contatto perché priva di moto di rotazione (attrito radente).



Rotolamento: entrambi gli organi mutano le superfici a contatto reciproco. La forza trasmissibile dipende dal coefficiente di aderenza.



EQUAZIONE DEL MOTO

Per quanto detto sopra affinché si abbia moto di puro rotolamento deve accadere che:

$$T_{\max} \leq f_a * P_a$$

dove f_a è il coefficiente di aderenza e P_a il peso aderente.

Disporre di un determinato valore della forza di trazione **T** è condizione indispensabile, ma non sufficiente, affinché si produca il moto. Occorre che essa sia maggiore della **somma delle resistenze R** , ossia:

$$T > R$$

Il termine **R** è somma delle **resistenze** che si mobilitano in rettilineo e in orizzontale e delle resistenze dovute all'andamento plano-altimetrico della linea ferroviaria, per la presenza di curve e di pendenze.

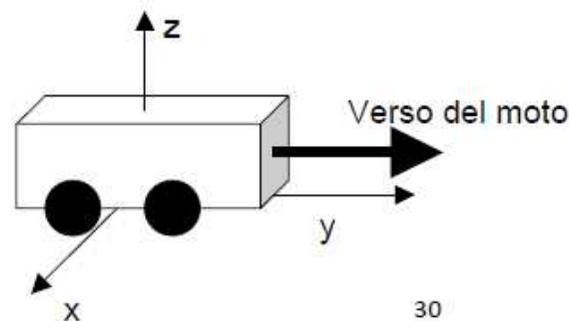


EQUAZIONE DEL MOTO

Lo studio della dinamica di un veicolo isolato si basa essenzialmente sull'analisi delle forze che agiscono sul veicolo e i legami tra esse esistenti.

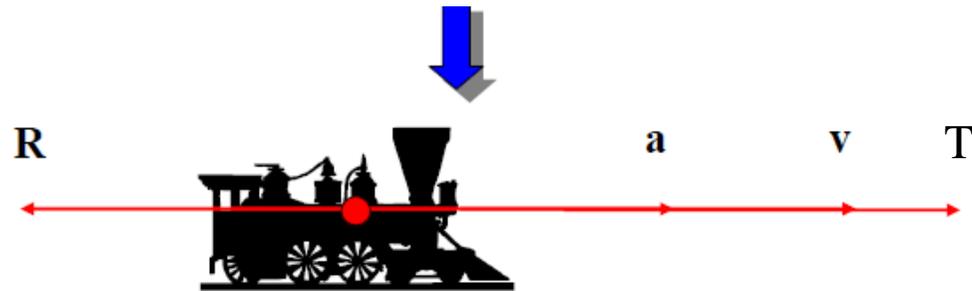
Le forze che agiscono sono

- **FORZE DIPENDENTI DALLA MASSA** del veicolo: forza peso, forza centrifuga, forza di inerzia.
- **FORZE PASSIVE**, o **resistenze**, che indicheremo genericamente con R , le quali si oppongono al moto del veicolo ed insorgono solo se il veicolo è in moto;
- **FORZE ATTIVE**, o **di trazione**, che indicheremo genericamente con F , generate da meccanismi a bordo del veicolo o da altri veicoli.



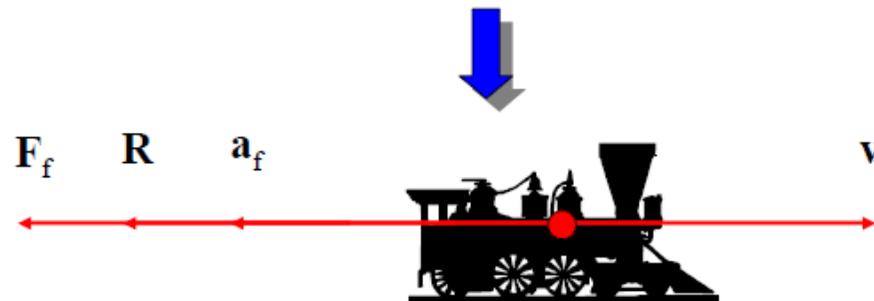
EQUAZIONE DEL MOTO

AVVIAMENTO E MARCIA



$$T - R = m_{eq} a \quad \rightarrow \quad F = \text{forza motrice o di trazione}$$

FRENATURA



$$-F_f - R = m_{eq} a_f \quad \rightarrow \quad F_f = \text{forza frenante}$$



RESISTENZE AL MOTO

La resistenza all'avanzamento è la sommatoria delle **resistenze ordinarie** R_o , ossia quelle che si verificano sempre in qualsiasi condizione di moto, e delle **resistenze addizionali** R_{add} , associati a particolari configurazioni plano-altimetriche del tracciato

$$R = R_o + R_{add}$$

RESISTENZE ORDINARIE R_o

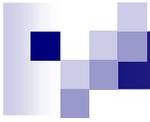
- Resistenza al rotolamento dovuta alla coppia perno-cuscinetto, R'
- Resistenza al rotolamento dovuta alla coppia ruota-rotaia, R''
- Resistenza dell'aria, R_a

RESISTENZE ADDIZIONALI R_{add}

- Resistenza accidentale dovuta alla pendenza, R_i
- Resistenza accidentale in curva, R_c

$$R = R' + R'' + R_a + R_i + R_c$$





RESISTENZE ORDINARIE





Resistenza al rotolamento

Nasce **per effetto della deformabilità della ruota e della rotaia** su cui appoggia. Nel caso ferroviario, data l'elevata rigidità della ruota e della rotaia, essa **assume valori molto piccoli ma non trascurabili** inferiori comunque a quelle della ruota di gomma sulla superficie stradale.

La resistenza aumenta con le dimensioni dell'area di contatto che dipendono dallo schiacciamento dei due corpi a contatto, ruota e rotaia, e quindi dall'entità dei carichi verticali.

La distribuzione delle pressioni verticali nell'area di contatto, a ruota ferma, ha una **forma parabolica simmetrica rispetto alla mezzeria dell'area**. La risultante delle pressioni verticali risulta pertanto applicata al centro dell'area allineata rispetto al carico verticale applicato dalla ruota all'appoggio.



Resistenza al rotolamento

Nel movimento di rotolamento la **distribuzione delle pressioni verticali non è più simmetrica**: le pressioni nelle zone anteriori dell'area rispetto al verso di marcia sono superiori a quelle posteriori.

La risultante si sposta in avanti rispetto alla mezzeria dell'area e si quindi rispetto alla posizione del carico verticale.

Nasce così una coppia che **si oppone al rotolamento** e determina la resistenza all'avanzamento.

$$M'' = P * \delta$$

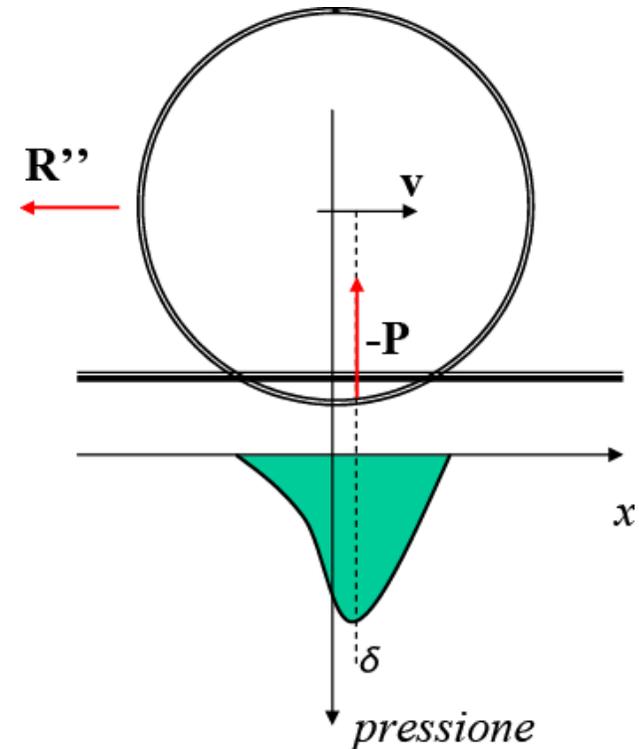
equivalente al momento

$$R'' * D/2$$

Per cui

$$R'' * D/2 = P * \delta$$

$$R'' = 2 * P * \delta / D \quad r'' = 2 * \delta / D$$





Resistenza ai perni

Dipende dal **tipo di cuscinetto** utilizzato, nell'accoppiamento tra assile ed il carrello, per consentire il moto relativo di rotazione.

Tale accoppiamento può essere realizzato mediante **cuscinetti a strisciamento** o **a rotolamento**.

I **cuscinetti a strisciamento** (utilizzati nei carri merci) sono costituiti da gusci di materiale antifrizione (bronzo) immersi nell'olio.

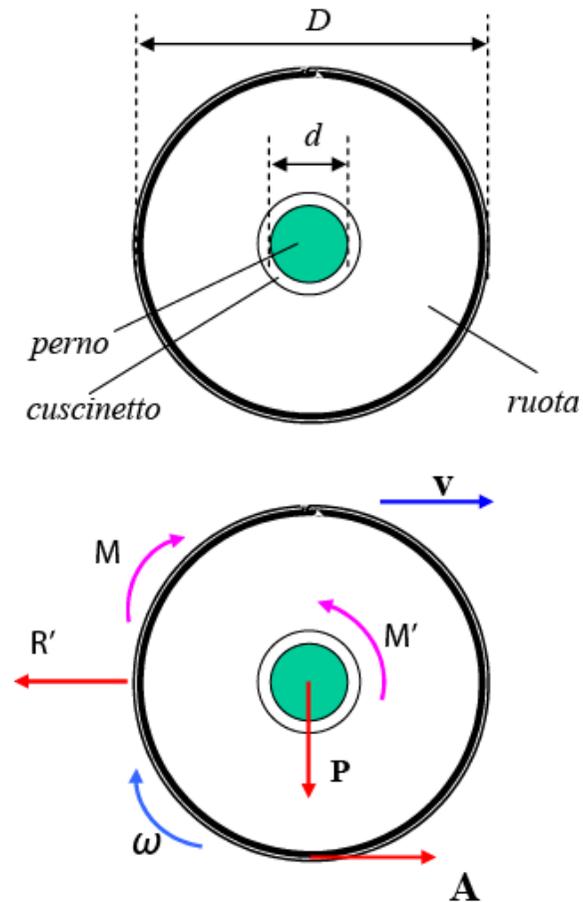
Nel moto relativo nasce una resistenza che varia con la **viscosità dell'olio** e con la velocità.

I **cuscinetti a rotolamento**, costituiti da sfere o rulli interposti tra due anelli in moto relativo tra loro, sono sempre più spesso utilizzati nei veicoli ferroviari.

In questo caso il valore del **coefficiente di attrito** è **pressoché costante con la velocità** ed i suoi **valori relativi sono sempre più bassi di quelli dei cuscinetti di strisciamento**.



Resistenza ai perni



$$M' = f_{att} \cdot P \cdot d/2$$

f_{att} = attrito ai perni

Il momento resistente è equivalente a:

$$R' \cdot D/2$$

$$f_{att} \cdot P \cdot d/2 = R' \cdot D/2$$

$$R' = f_{att} \cdot P \cdot d/D$$

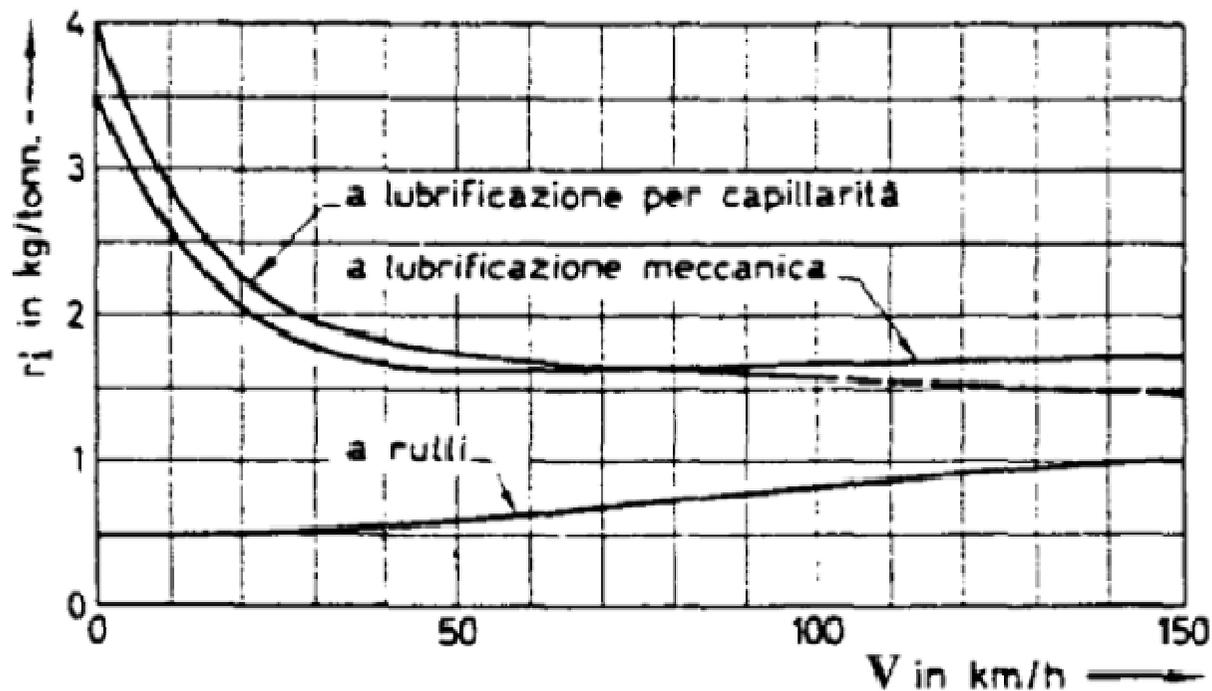
Esprimendo P in tonn

$$R' = f_{att} \cdot P \cdot 1000 \cdot d/D \text{ [daN]}$$



Resistenza ai perni

Il coefficiente di attrito f_{att} è funzione del coefficiente di lubrificazione.
Valori di resistenza specifica in kg/ton nel caso ferroviario per cuscinetti a strisciamento e cuscinetti a rotolamento.



Resistenza ai perni

La resistenza complessiva al rotolamento pertanto vale:

$$R_1 = R' + R'' = f_{att} * P * d / D + 2 * P * \delta / D = P * (f_{att} * d / D + 2\delta / D)$$

$$r_1 = f_{att} * d / D + 2\delta / D$$

Le resistenze complessive ai perni ed al rotolamento hanno valori dell'ordine di 1-2 N per ogni kN di peso



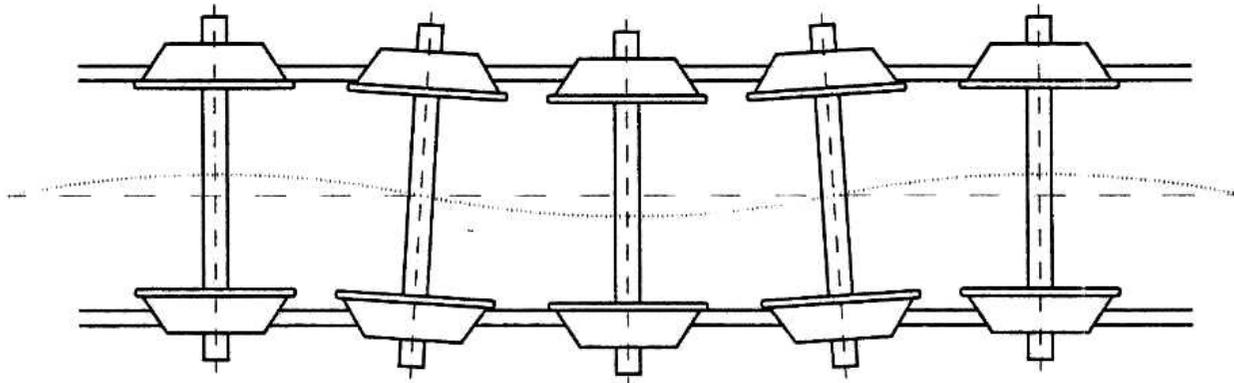
Ulteriori resistenze sono determinate da:

GIUNZIONI ROTAIE, la resistenza è imputabile essenzialmente alla flessione elastica delle due testate delle rotaie, al passaggio del veicolo ed all'urto della ruota che passa da una rotaia all'altra per effetto della luce di dilatazione lasciata tra le due testate. Il valore medio della resistenza alle giunzioni delle rotaie r_2 è pari a circa 0,5 daN/t di peso.



MOTO DI SERPEGGIAMENTO: Il moto dei veicoli ferroviari sul binario non è perfettamente rettilineo. I veicoli, principalmente a causa della conicità dei cerchioni e delle inevitabili piccole irregolarità del piano di rotolamento e della posa del binario, procedono con un moto di serpeggiamento che manda i bordini delle ruote ad urtare alternativamente contro le rotaie.





La relativa resistenza dipende anche dalla velocità del veicolo e può esprimersi con la relazione:

$$R_3 = f_3 \cdot P \cdot V$$

- f_3 coefficiente d'attrito che assume il valore di circa 1,5;
- V velocità in km/h;
- P peso espresso in t.

In termini di resistenza specifica per tonnellata di peso:

$$r_3 = 1.5 \cdot V \text{ [daN/t]}$$





Resistenza dell'aria

La resistenza aerodinamica è la più importante per i veicoli terrestri a grande velocità, ed è l'unica resistenza per gli aeromobili in volo rettilineo e uniforme.

Nasce per effetto delle pressioni sulla superficie del veicolo causate dal moto relativo tra aria e veicolo.

Essa dipende dalla forma della superficie frontale e di quella laterale (presenza di discontinuità tra un veicolo e l'altro dello stesso convoglio, differenze nelle dimensioni trasversali specialmente per i treni merci) dalla lunghezza del convoglio oltre che dalla velocità relativa dell'aria rispetto al veicolo.

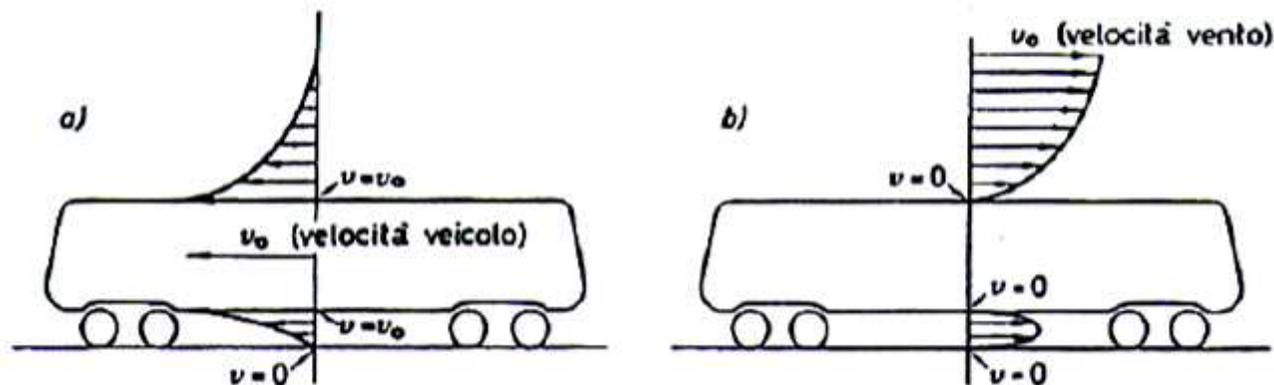


Resistenza dell'aria

Si distinguono due aliquote di resistenza:

- la resistenza di attrito frontale R_f ;
- la resistenza laterale R_l .

Un veicolo in moto relativo rispetto all'aria e avente una certa dimensione nella direzione del moto, produce un'alterazione del campo aerodinamico intorno ad esso, per il fatto che i filetti fluidi adiacenti alla superficie longitudinale del veicolo hanno la stessa velocità del veicolo, mentre quelli più lontani hanno velocità nulla in quanto indisturbati; il fenomeno è uguale nel caso in cui sia il veicolo fermo e l'aria si muova a velocità V .



Resistenza dell'aria

Per effetto del gradiente di velocità tra i filetti fluidi che costituiscono il campo aerodinamico intorno al veicolo, si desta una resistenza di attrito che costituisce, nella sua risultante, la **resistenza aerodinamica di attrito o laterale**.

Essa può scriversi nella forma:

$$R_{al} = \frac{1}{2} C_{ra} \rho S_l V^2$$

Ove

S_l è la superficie laterale del veicolo;

C_{ra} , coefficiente di resistenza aerodinamica d'attrito, dipende dalla configurazione del campo aerodinamico intorno al veicolo;

ρ è la densità dell'aria

V è la velocità del veicolo.



Resistenza dell'aria

La **resistenza aerodinamica frontale** vale:

$$R_{af} = \frac{1}{2} C_{rf} \rho S_f V^2$$

Dove:

- C_{rf} è il coefficiente di resistenza aerodinamica di forma, in conseguenza della distribuzione delle pressioni a monte e a valle della lastra piana.

- S_f è l'area della sezione maestra ossia la sezione di area massima normale alla direzione del moto del veicolo. In via indicativa S_f vale:

- 6,5 ÷ 9 m² per veicoli ferroviari su linee a scartamento ordinario;
- 4 ÷ 6 m² per un autobus;
- 1,5 ÷ 2,2 m² per un'autovettura.

ρ è la densità dell'aria

V è la velocità del veicolo.



Resistenza dell'aria

La resistenza aerodinamica totale è:

$$R_a = R_{af} + R_{al} = \frac{1}{2} \left(C_{rf} + C_{ra} \frac{S_l}{S_f} \right) \rho S_f V^2 = \frac{1}{2} C_r \rho S_f V^2$$

con

$$C_r = C_{rf} + C_{ra} \frac{S_l}{S_f}$$

I coefficienti C_{rf} e C_{ra} sono inoltre funzione del rapporto L/S che prende il nome di allungamento nel senso che al crescere dell'allungamento i coefficienti cresce C_{ra} e decresce C_{rf} .

Il coefficiente C_r , che permette di determinare la resistenza aerodinamica di un veicolo, può essere **determinato per via sperimentale**. La realizzazione della sperimentazione è fatta per mezzo dei "tunnel aerodinamici".



Formule globali per il calcolo della resistenza

La somma delle resistenze fin qui esaminate costituisce la resistenza in orizzontale ed in rettilineo ovvero:

$$r_0 = r_1 + r_2 + r_3 + r_4$$

Resistenza al rotolamento (ruota rotaia e perni) Resistenza alle giunzioni delle rotaie Resistenza per moto di serpeggiamento Resistenza aerodinamica

La determinazione pratica delle resistenze ordinarie dei veicoli viene effettuata, in prima approssimazione, per mezzo di formule globali di carattere semiempirico.

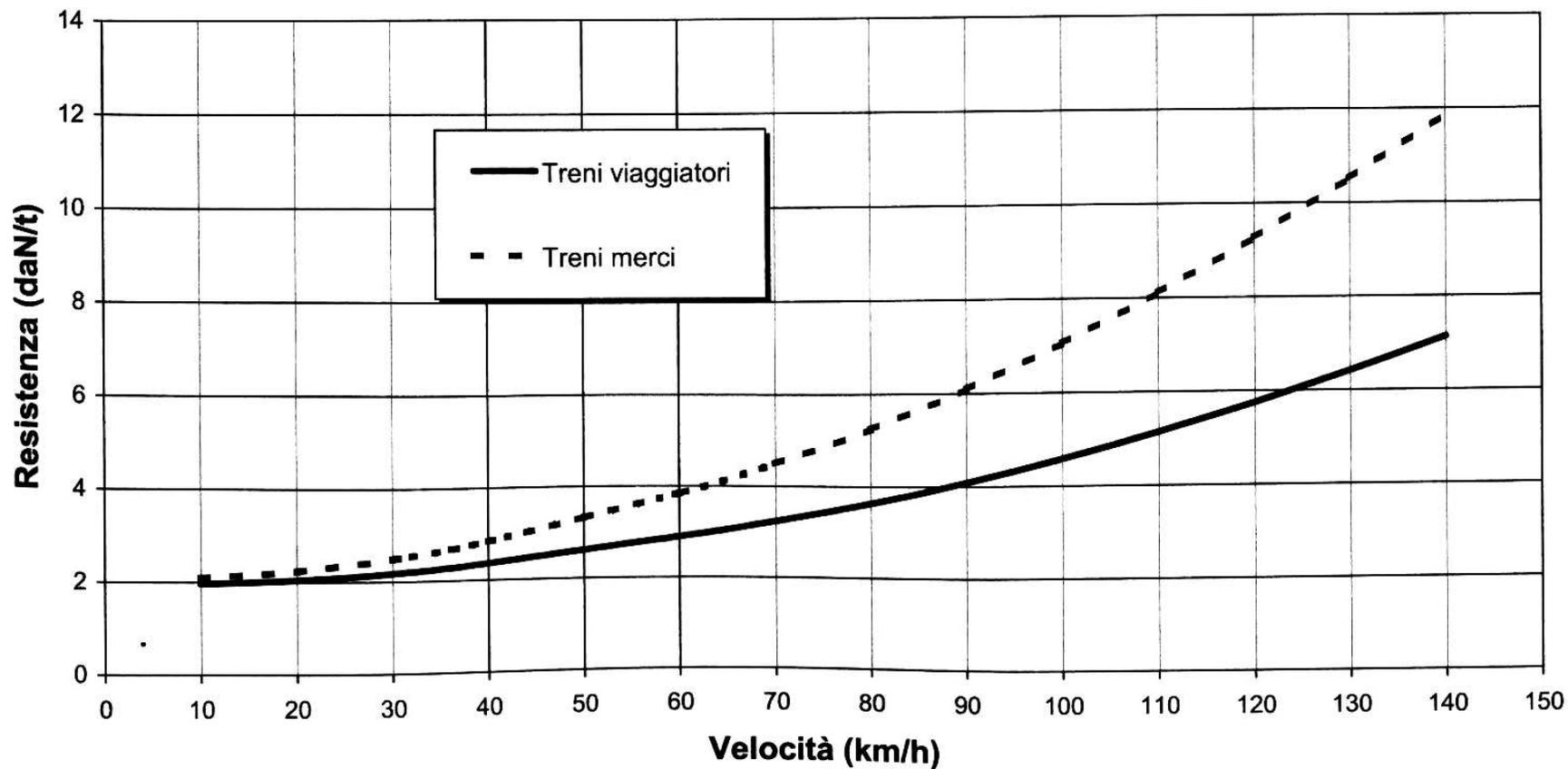
Nel caso ferroviario l'espressione più comune è del tipo binomia:

$$r_{ord} = a + b \cdot V^2$$

Espressione	Campo di applicazione	
$r_0 = 1.9 + 0.00026 V^2$	[N/kN]	Treni viaggiatori leggeri
$r_0 = 2 + 0.00028 V^2$	[N/kN]	Treni viaggiatori di composizione normale
$r_0 = 2.5 + 0.00003 V^2$	[N/kN]	Locomotive isolate e treni merci
$r_0 = 1.2 + 0.025V + 0.00014 V^2$	[N/kN]	Materiale veloce giapponese



Formule globali per il calcolo della resistenza



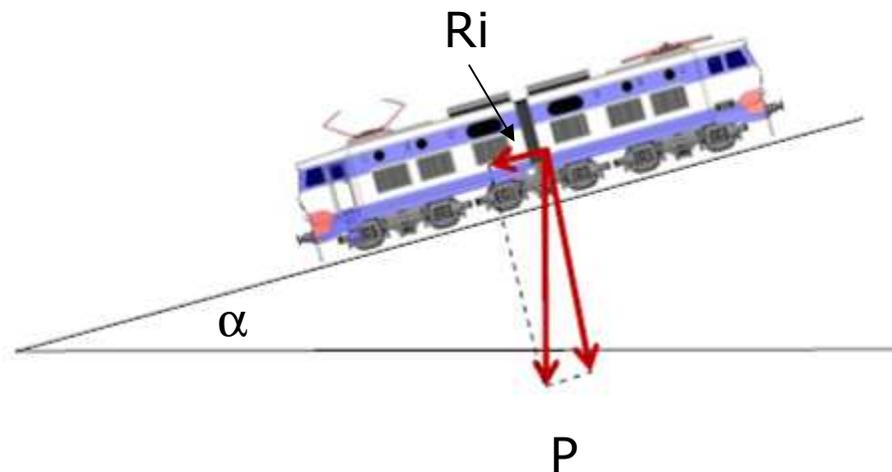


RESISTENZE ACCIDENTALI



Resistenza dovuta alla pendenza

L'andamento altimetrico del tracciato determina la presenza di forze longitudinali derivanti dalla componente della forza peso lungo l'asse della traiettoria: se il tracciato presenta una pendenza positiva (ascesa) tale forza si oppone al moto; se la pendenza è negativa la forza favorisce il moto; in piano non si ha alcun effetto poiché la componente è nulla.



$$R_i = P \cdot \sin \alpha \approx P \cdot \tan \alpha = 1000 \cdot P \cdot i \quad r_i = 1000 \text{ i}$$



Resistenza dovuta alla pendenza

Esprimendo la pendenza in ‰, il numero che indica la pendenza eguaglia quello che indica la resistenza specifica di livelletta:

$$r_i = i \text{ [Kg/ton]} \text{ con } i \text{ espressa in } \text{‰}$$

Nel caso ferroviario, a causa dell'aderenza limitata, non si superano valori di pendenze dell'ordine del 30 - 35 ‰. Si può calcolare la pendenza massima superabile al limite di aderenza partendo dall'equazione del moto:

$$P \cdot \cos \alpha \cdot f_a = R_o + P \cdot \sin \alpha$$

Trascurando le resistenze ordinarie, considerando il peso tutto aderente sarà:

$$\cos \alpha \cdot f_a \geq \sin \alpha \qquad f_a \geq \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha = i$$



Resistenza dovuta alla pendenza

In ferrovia le **pendenze massime** indicative sono riportate in tabella:

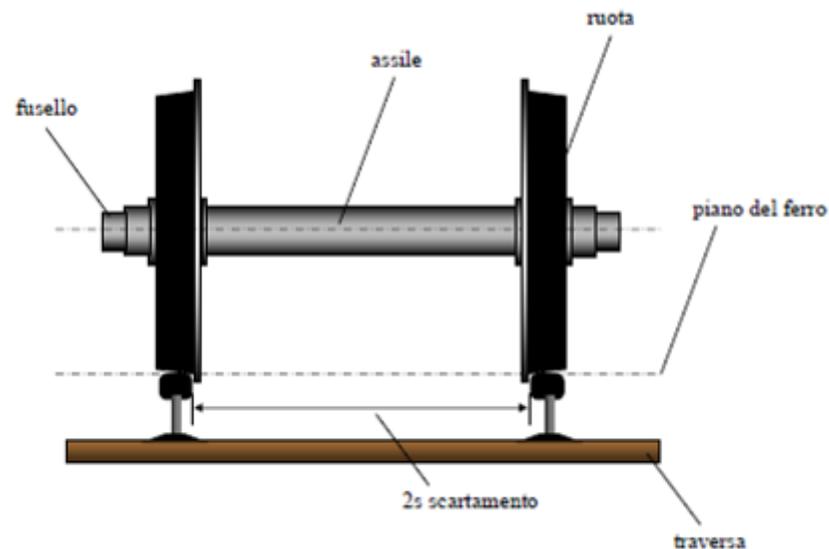
Sistema	Pendenza [1/1000]
• ferrovie principali di pianura	5 - 8
• ferrovie principali su terreno accidentato	15 - 18
• ferrovie principali di montagna	20 - 25
• ferrovie a scartamento ridotto	30 - 45
• ferrovie urbane (tutti veicoli automotori)	60
• tranvie	80
• funicolari	650
• cremagliere	400



Resistenza in curva

La resistenza complessiva che si oppone al moto dei veicoli ferroviari aumenta sensibilmente quando questi percorrono un binario in curva.

Le cause principali di tale resistenza supplementare si possono ricercare nella solidarietà delle ruote con l'asse, nella velocità relativa tra bordino e fianco del fungo, nel parallelismo degli assi ovvero delle sale appartenenti allo stesso carrello.



Sala montata





Resistenza in curva

La **solidarietà delle ruote** con l'asse dà origine a **strisciamenti** delle ruote sulle rotaie per compensare la differenza di sviluppo fra il cerchio percorso dalla ruota esterna e quello tracciato dalla ruota interna.

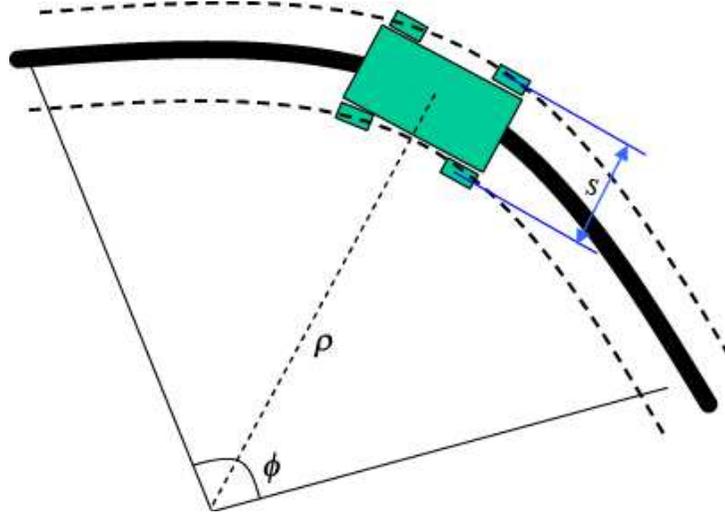
Il parallelismo degli assi di un veicolo **si oppone**, invece, **al cambiamento di direzione dello stesso veicolo** per cui, dopo ogni tratto elementare percorso nella direzione della tangente alla curva in un determinato punto, deve intervenire l'azione della rotaia sui bordini per far ruotare il veicolo e disporlo in direzione della tangente nel punto successivo.

Tale rotazione dà luogo a nuovi **strisciamenti** delle ruote sulle rotaie, che risultano tanto maggiori quanto maggiore è il passo rigido del veicolo, più piccolo è il raggio della curva ed il valore dello scartamento del binario è quello normale.



Resistenza in curva

In definitiva la resistenza al moto in curva dipende dal **coefficiente d'attrito ruota-rotaia**, dal **valore dello scartamento**, dal peso agente sulle ruote e dal **raggio** del binario in curva.



ϕ ampiezza della curva (radianti)

ρ raggio medio della curva

$2s$ scartamento del binario (o lunghezza asse)

Se non è presente un differenziale in curva si verificano strisciamenti a causa della differenza di percorso che deve compiere la ruota interna e quella esterna:

$$\Delta = \phi \cdot (\rho + s) - \phi \cdot (\rho - s) = 2\phi s$$



Resistenza in curva

Il valore di r_c si determina mediante relazioni sperimentali.

RAGGIO (m)	1000	900	800	700	600	500	450
r_c (daN/t)	0,50	0,60	0,80	1,00	1,20	1,50	1,70
RAGGIO (m)	400	350	300	250	200	180	-
r_c (daN/t)	2,00	2,40	2,80	3,40	4,20	4,50	-



Resistenza in curva

Secondo Won Röckl la resistenza unitaria r_c è uguale a:

$$r_c = \frac{a}{R - b}$$

in cui per dato scartamento e dato raggio di curvatura vengono assegnati i valori delle costanti a e b riportati in tabella.

scartamento	raggio (m)	a	b
1435	≥ 850	0.650	55
	250 ÷ 350	0.650	65
	150 ÷ 250	0.650	30
1000	≥ 60	0.500	30
900	≥ 60	0.380	17
750	≥ 40	0.350	10



Resistenza di inerzia

Ogni variazione di velocità (accelerazione) induce una **resistenza dovuta all'inerzia** che vale:

$$R_{in} = 1000 \cdot \frac{P}{g} \cdot \frac{dv}{dt} \quad [\text{kg}]$$

- g = accelerazione di gravità;
- P = peso totale del veicolo **in tonnellate**;
- a = accelerazione del veicolo;

La resistenza specifica vale:

$$r_{in} = \frac{1000}{g} \cdot \frac{dv}{dt} \quad [\text{kg/t}]$$



Grado di prestazione

La prestazione di una tratta ferroviaria dipende dall'andamento plano-altimetrico della tratta stessa ed in particolare:

- Resistenza in curva
- Pendenza in salita

Il valore numerico del grado di prestazione è dato dalla cosiddetta pendenza fittizia (I) che è la somma della pendenza della linea (i) espressa in [°/‰] e dalla resistenza addizionale dovuta alle curve (r_c) espressa in [Kg/tonn].

$$I = i + r_c$$

I gradi di prestazione nelle ferrovie italiane sono 31 ed a ciascuno di essi si associa un determinato valore della pendenza fittizia I .

Se in un breve tratto di 100-200 m il grado di prestazione dovesse essere maggiore, questo si indicherà come gradi di prestazione secondario e si associa a quello tratta più estesa si indica come principale.



Grado di prestazione

GRADI DI PRESTAZIONE IN R.F.I.			
Grado di Prestazione	I ‰ [Kg/tonn]	Grado di Prestazione	I ‰ [Kg/tonn]
1	4,50	17	17,00
2	5,00	18	18,40
3	5,50	19	19,80
4	6,00	20	20,90
5	6,50	21	21,90
6	7,00	22	22,70
7	7,70	23	24,60
8	8,40	24	25,70
9	9,20	25	27,80
10	10,00	26	29,80
11	11,00	27	30,80
12	12,00	28	32,50
13	12,90	29	34,20
14	13,80	30	37,50
15	14,60	31	40,50
16	15,80		



Grado di prestazione

ESEMPIO:

Un grado di prestazione di una sezione di linea pari a 7 sta a significare che quel tratto di linea ha una pendenza fittizia $I \leq 7,70$ [Kg/tonn]; allo stesso modo, un grado di prestazione di 8_{10} sta a significare che quel tratto di linea ha una pendenza fittizia $I \leq 8,40$ [Kg/tonn] e che all'interno della stessa tratta vi è un breve tratto di linea con una pendenza fittizia $I \leq 10,00$ [Kg/tonn].

Se un tratto di linea con pendenza del 6 ‰ comprende una curva di $r=600$ m, avrà una pendenza fittizia I pari a:

$$I = i + rc = 0,006 + 0,0012 = 0,0072$$

Cioè per muovere un veicolo di peso P su tale tratto di linea occorre disporre, per vincere le sole resistenze accidentali, di una forza di trazione pari a:

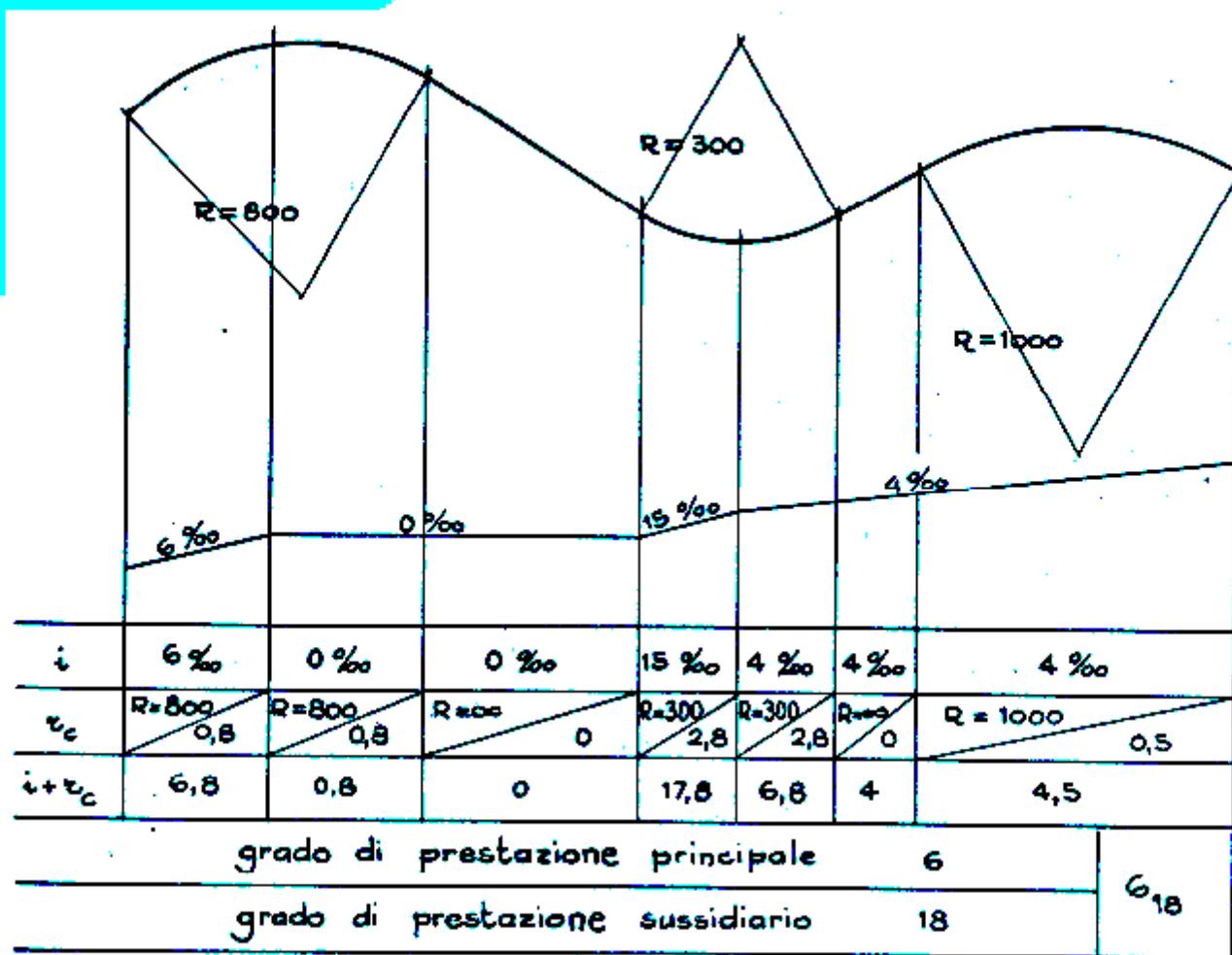
$$F = 0,0072 * P$$

È ovvio che per avere movimento occorre disporre di una forza di trazione aggiuntiva che copra le resistenze in rettilineo e in piano.



Grado di prestazione

VALORI DELLE RESISTENZE ACCIDENTALI DI UN TRATTO DI LINEA



Accelerazione massima conseguibile

Lo **sfuerzo di trazione massimo** che può essere applicato è:

$$T_{\max} = f_a \cdot P_a$$

$$T_{\max} = R_{tot}$$

$$R_{tot} = P \cdot (i + r_o + r_c + \frac{1000}{g} k_a \cdot a)$$

In pianura, trascurando r_c si ha:

$$R_{tot} = P \cdot r_o + 1000 \cdot k_a \cdot a = f_a \cdot P_a \quad f_a \cdot \frac{P_a}{P} = r_o + \frac{1000}{g} \cdot k_a \cdot a$$

$$a = \frac{g}{1000 \cdot k_a} \cdot (f_a \cdot \frac{P_a}{P} - r_o)$$



La frenatura

$$0 = F_f + R + M \cdot dv / dt$$

$$F_f = f' Q$$

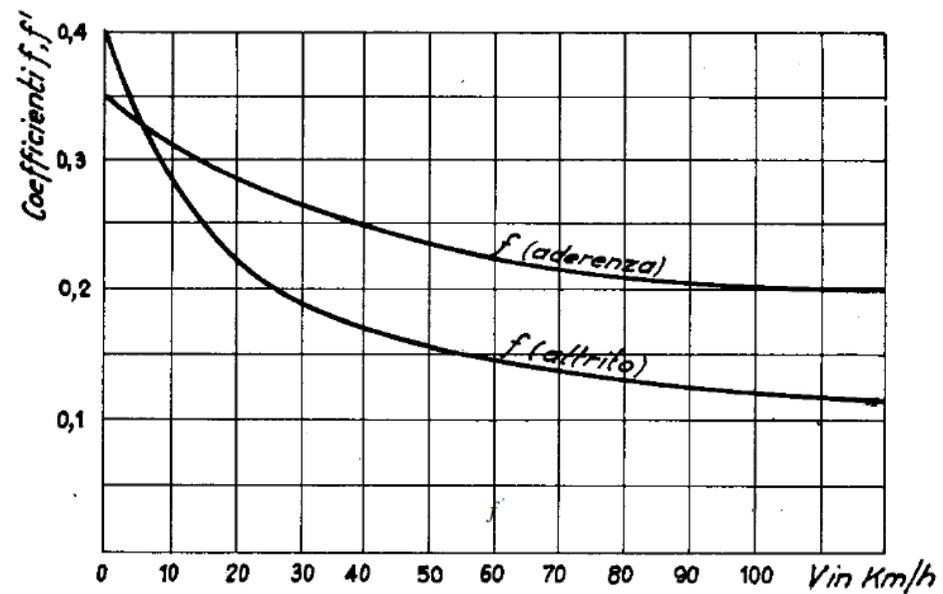
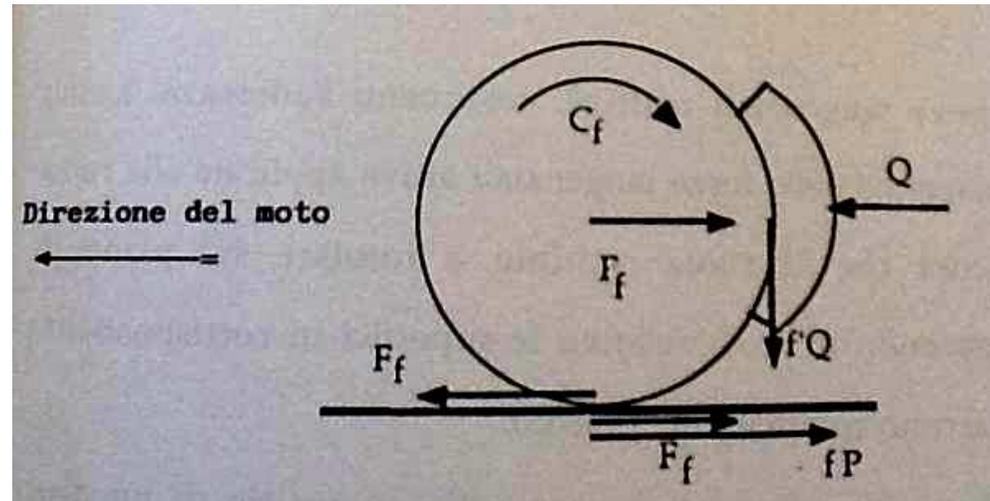
$$F_f = f' Q \leq f P$$

a bassissime velocità

$$f' > f$$

ad alte velocità

$$f' < f$$



La frenatura

Per il rispetto della relazione $f'Q = fP$ occorre modulare e regolare la forza Q detto peso frenato (che rappresenta la capacità frenante disponibile) in modo che Q diminuisca a basse velocità (quando f' è più elevato), per evitare il bloccaggio della ruota, ed aumenti alle alte velocità (quando f' diminuisce) per dare la massima efficacia alla frenatura.

$$\frac{f}{f'} = \frac{Q}{P}$$

$$\frac{Q}{P} = \lambda \quad \text{espresso in \% fornisce la percentuale di frenatura}$$

La percentuale di frenatura varia tra il 60-70% per i treni merci ed il 120-160% per i treni viaggiatori di elevate caratteristiche.



La frenatura – spazio di frenatura

$$F_f + R = -M \cdot dv / dt \qquad \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} = v \cdot \frac{dv}{ds}$$

$$F_f + R = -M \cdot v \cdot dv / ds$$

posto

$$F_f = f'Q \qquad \text{e} \qquad R = R_0 + I$$

$$ds = -M \cdot v \cdot dv / (F_f + R) = -M \cdot v \cdot dv / (f'Q + R_0 \pm I)$$

$$s = -M \int_{V=V_0}^0 \frac{v}{(f'Q + R_0 \pm I)} \cdot dv$$



La frenatura – spazio di frenatura

Può accadere che, in discesa e per certe velocità, la quantità a denominatore dell'integrale si annulli

$$f'Q + R_0 - I = 0$$

Infatti in discesa $I = i + r_c$ può avere segno opposto alle resistenze ed f' ha valori che dipendono dalla velocità.

La velocità alla quale si realizza questa condizione è detta **velocità critica di frenatura.**

Per la determinazione dello spazio di frenatura si può ricorrere anche a formule sperimentali del tipo:

$$s = \phi \cdot V^2 / (1,094\lambda + 127 - 2,35i\phi)$$

s in m; V = velocità iniziale in Km/h; λ = percentuale di frenatura disponibile, i = pendenza della linea in %; ϕ fattore sperimentale funzione della velocità.





Lo svio

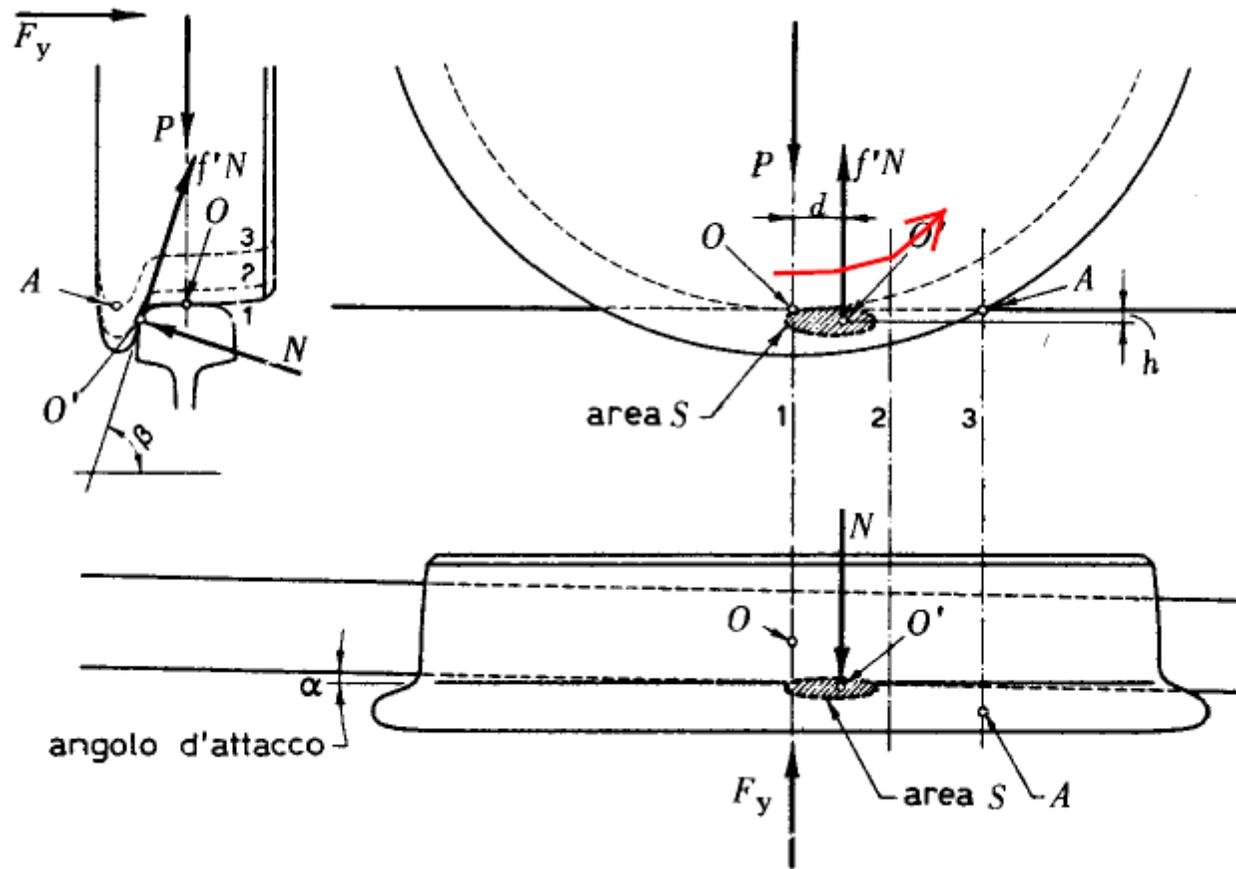
In presenza di elevati sforzi laterali è il contatto del bordino con il fungo della rotaia ad assicurare il corretto allineamento della ruota.

In queste condizioni si verificano **elevati strisciamenti** tra le superfici e possono essere scambiate forze rilevanti.

Tali forze possono essere tali da provocare la **risalita del bordino sulla rotaia** fino a provocare lo **svio** cioè la perdita del corretto allineamento tra ruota e rotaia e quindi il deragliament del treno.



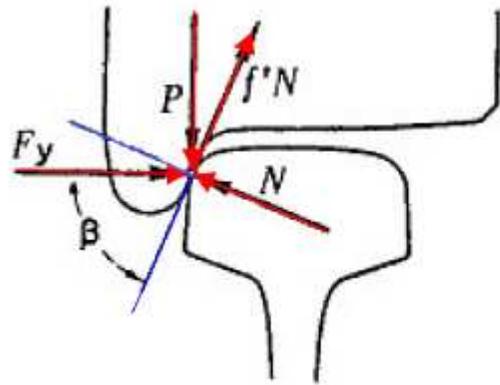
Lo svio



La forza laterale F_y provoca una forza di attrito $f'N$ che tende a fare "arrampicare" la ruota sulla rotaia e quindi a fare sviare la ruota



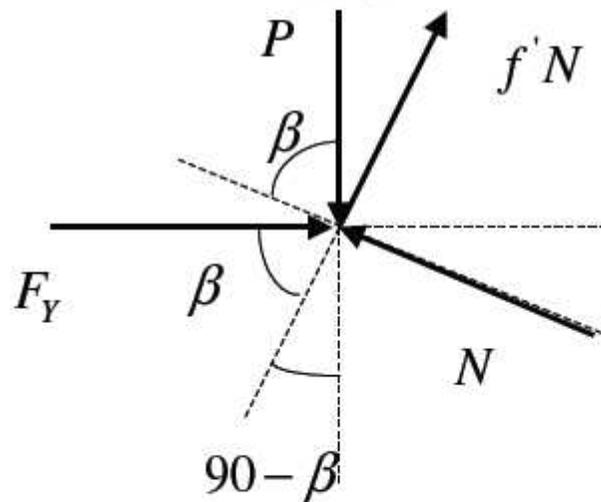
Lo svio



Forze agenti sulla ruota ferroviaria
in condizioni di svio

$$F_Y \cos \beta + f' N \leq P \cos(90 - \beta)$$

$$N = P \cos \beta + F_Y \cos(90 - \beta)$$



$$F_Y \cos \beta + f' (P \cos \beta + F_Y \sin \beta) \leq P \sin \beta$$

$$F_Y (\cos \beta + f' \sin \beta) \leq P (\sin \beta - f' \cos \beta)$$

$$F_Y (1 + f' \tan \beta) \leq P (\tan \beta - f')$$

Formula di Pochet

$$\frac{F_Y}{P} = \frac{\tan \beta - f'}{1 + f' \tan \beta}$$



Lo svio

$$\beta \approx 60^\circ \text{ e } f' = 0,25 \quad \Rightarrow \quad \frac{F_Y}{P} = \frac{\tan 60^\circ - 0,25}{1 + 0,25 \tan 60^\circ} = 1,03$$

Nella pratica dell'esercizio ferroviario si considera che la stabilità allo svio sia assicurata quando risulta:

$$\frac{F_Y}{P} \leq 1$$

